

文章编号: 0529-6579 (1999) 04-0028-03

$n > 3$ 星形电阻网络的等效变换研究^{*}

余丰人, 林镇材

(中山大学无线电电子学系, 广州 510275)

摘 要: 研究了一个星形电阻网络到一个网形电阻网络的等效变换问题, 并且得到了这种变换的变换关系式. 这个方法可以用于简化 $n > 3$ 的多节点电阻网络.

关键词: 电阻网络; 等效变换; 星形-网形变换

中图分类号: TN 711.1 **文献标识码:** A

在网络理论中, 网络的等效变换是简化电路网络结构的一种重要和有效的方法. 最简单的等效变换是电阻的串联和并联变换, 更复杂一些的有 Y- Δ 变换. 利用 Y- Δ 变换、电阻的串联和并联变换可以简化所有平面电阻网络的结构. 对于复杂的立体电阻网络的简化, 一般来说, 用上述等效变换方法就不一定都能有效. 因此, 我们有必要寻找一种可用于简化任何复杂电阻网络的等效变换方法. 不难发现, 串联变换和 Y- Δ 变换将使电阻网络的节点数减少了 1 个, 而并联变换则使电阻网络的支路数减少 1 条. 由此可知, 电阻网络的简化就是不断减少节点数和并联支路的过程. 并联变换用于节点与节点之间支路的并联, 这个过程无疑在任何复杂电阻网络的简化过程中都适用. 但是串联变换可以删除只与 2 个节点相关联的节点, 而 Y- Δ 变换也只可以删除与 3 个节点相关联的节点. 因此, 对于与 3 个以上节点有关联的节点, 将无法用串联变换或 Y- Δ 变换删除这个节点. 为解决这个问题, 必须解决 1 个中心节点与 3 个以上节点有连接的所谓星形-网形的等效变换问题.

1 星形-网形的等效变换

在讨论星形-网形的等效变换之前, 首先讨论一下串联变换和 Y- Δ 变换. 对于串联变换有关系式

$$G_{12} = G_1 G_2 / \sum_{i=1}^2 G_i \quad (1)$$

对于 Y- Δ 变换有关系式

$$G_{12} = G_1 G_2 / \sum_{i=1}^3 G_i, \quad G_{13} = G_1 G_3 / \sum_{i=1}^3 G_i, \quad G_{23} = G_2 G_3 / \sum_{i=1}^3 G_i \quad (2)$$

从上述关系可以看到, 串联变换与 Y- Δ 变换具有相同的变换关系式, 它们都可以用如下通式来表示, 即

^{*} 收稿日期: 1998-08-23 作者简介: 余丰人, 男, 1959 年生, 讲师.

$$G_{ij}=G_iG_j/\sum_{k=1}^nG_k \quad i \neq j, \quad i, j=1 \cdots n \tag{3}$$

其中 G_i , G_j 和 G_k 分别是网络变换前节点 i , j 和 k 与中心节点 0 之间的电导, G_{ij} 是网络变换后节点 i 与节点 j 之间的电导, 对于串联变换 $n=2$, 对于 Y- Δ 变换 $n=3$. 因此, 串联变换与 Y- Δ 变换仅仅是 n 取不同值的同一种变换, 而 n 是通过电阻与中心节点相连接的节点数, 可以很自然地把上式推广到 $n \geq 3$ 的星形-网形变换的情况. 也就是, 1 个中心节点 0 通过 n 个电导 G_i 与 n 个节点 i ($i=1, 2 \cdots n$) 相联的所谓星形电阻网络, 可以根据关系式 (3) 等效变换成任意两个节点 i 和 j ($i, j=1, 2 \cdots n, i \neq j$) 之间都有电导 G_{ij} 将它们连接起来的所谓网形电阻网络. G_{ij} ($i, j=1, 2 \cdots n, i \neq j$) 完全由 G_k ($k=1 \cdots n$) 唯一地确定.

下面证明由串联变换和 Y- Δ 变换推广为星形-网形变换的正确性. 以第 n 个节点为参考点, 星形电阻网络和网形电阻网络的网络方程分别为

$$V=RI \quad I=GV \tag{4}$$

其中,

$$R=\begin{bmatrix} R_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & R_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & R_{n-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_n & R_n & \cdots & R_n \\ R_n & R_n & \cdots & R_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_n & R_n & \cdots & R_n \end{bmatrix}, \tag{5}$$
$$G=\begin{bmatrix} G_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & G_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & G_{n-1} \end{bmatrix} + \frac{1}{\sum_{k=1}^n G_k} \begin{bmatrix} G_1G_1 & G_1G_2 & \cdots & G_1G_{n-1} \\ G_2G_1 & G_2G_2 & \cdots & G_2G_{n-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{n-1}G_1 & G_{n-1}G_2 & \cdots & G_{n-1}G_{n-1} \end{bmatrix}$$

如果矩阵 R 与 G 互为逆矩阵, 则星形电阻网络和网形电阻网络是等效的, 即上述星形-网形变换是正确的. 事实上, $RG=I$. 即 R 与 G 确实互为逆矩阵, 所以星形-网形变换式 (3) 是正确的. 由式 (3) 可知, 在电阻网络中, 与任意多个节点相关联的节点都可以通过星形-网形变换得到删除. 星形-网形变换不存在逆变换, 只有当 $n=3$ 时才存在逆变换, 它就是 Y- Δ 变换.

2 电阻网络的等效变换

任何电阻网络, 无论它如何复杂, 总可以通过星形-网形变换和并联变换, 将网络的节点不断地减少, 使网络得到简化. 下面以具有 5 个节点的电阻网络的等效变换过程来说明这一方法.

如图 1 所示, 首先通过星形-网形变换和并联变换将 5 个节点的电阻网络中的节点 5

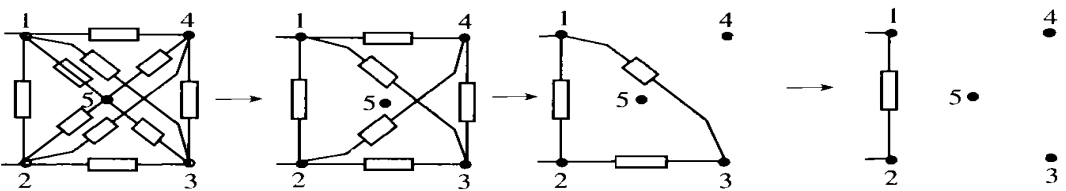


图 1 电阻网络的等效变换

Fig. 1 Transformation of resistance networks

删除, 电阻网络便变成了 4 个节点的电阻网络. 再依次将节点 4、3 删除, 电阻网络最后等效变换成 1 个电阻的电阻网络, 这个电阻就是原电阻网络节点 1 和节点 2 之间的等效电阻.

3 结 论

星形-网形变换可以把任意 $n+1$ 个节点的星形电阻网络等效变换成 n 个节点的网形电阻网络, 即它是一个节点数减少的变换. 任何电阻网络都可以通过星形-网形变换将网络的节点数减少, 从而实现网络结构的简化.

参考文献:

- [1] CHUA L O, DESOER C A, KUH E S Linear and nonlinear circuits [M]. New York: McGraw-Hill, 1987.
- [2] 狄苏尔 C A, 葛采仁著. 电路基本理论 [M]. 林争辉译. 北京: 人民教育出版社, 1979.
- [3] 吴大中. 电路基础 [M]. 西安电子科技大学出版社, 1991.

Star-mesh Transformation of Resistance Networks with $n>3$

YU Feng-ren^{*}, LIN Zhen-cai

Abstract: The problems of equivalently transforming a resistance star-like network to a meshed network were studied and the conversion equations were derived. This method can be used to simplify resistance networks with multiple nodes ($n>3$).

Keywords: resistance network; equivalently transformation; star-mesh transformation

^{*} Department of Radio and Electronics, Zhongshan University, Guangzhou 510275, China.